

СПОСОБ ОПИСАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ СПЛАЙНАМИ

© 2009 г. В. Б. Виноградов

Уральский государственный горный университет

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

E-mail: ELRSWM@ursmu.ru

Поступила в редакцию 22.05.2009 г.

В работе описаны алгоритмы аппроксимации геологической поверхности полиномиальными и параметрическими сплайнами.

Ключевые слова: *двухмерные кубические сплайны, геологические поверхности, прямые задачи гравиразведки и магниторазведки.*

Одной из важных проблем при решении прямых и обратных задач гравиразведки и магниторазведки является аналитическое описание геологической среды, при этом точность описания геологического разреза рассматривается как существенное требование оптимальности соответствующих алгоритмов и программ. Наиболее распространенный способ описания среды набором многогранников, призм, пирамид, уступов и т.п. имеет существенные недостатки:

1) при замене реальных тел правильными геометрическими телами мы наделяем их дополнительными гранями, ребрами, вершинами. При вычислении полей в скважинах и горных выработках вблизи аномалиеобразующих тел, при учете влияния рельефа эти детали искажают поле;

2) для аппроксимации сложных геологических сред требуется большое количество элементарных тел, что усложняет подготовку данных и влечет повышение неустойчивости решения обратных задач. Снижение количества параметров – лучший способ повышения устойчивости и преодоления некорректности обратных задач гравиразведки и магниторазведки;

3) при решении обратных задач магниторазведки для объектов с высокой и неоднородной намагниченностью необходимо учитывать взаимное влияние разных частей объекта, что значительно усложняет алгоритм вычисления полей.

Одним из способов устранения этих недостатков может быть аналитическое описание геологических поверхностей. Аналитическое описание возможно лишь на небольшой площади, кроме того, для решения геофизических задач часто возникает необходимость в нахождении касательных и нормалей к поверхности. Поэтому описание формы должно быть таким, чтобы можно было выполнять дифференцирование и интегрирование. Аппроксимация геологических поверхностей двухмерными

кубическими и параметрическими сплайнами удовлетворяет этим условиям [2].

Для построения сплайновой поверхности область, в некоторых точках (узлах) $\{x_k, y_k\}$ которой известны глубины z_k до геологической поверхности, разбивается на треугольные ячейки. В настоящее время для этой процедуры существуют программы автоматической триангуляции, однако для достаточно точной аппроксимации необходимо следить за тем, чтобы углы в каждом треугольнике были больше 15° . В пределах каждой k -й ячейки поверхность будем аппроксимировать выражением:

$$z_k = a_k x^3 + b_k x^2 y + c_k y^3 + d_k x^2 + e_k xy + f_k y^2 + g_k x + h_k + q_k,$$

где a_k, b_k, \dots, q_k – коэффициенты сплайна. Вид сплайна выбран таким, чтобы в системе уравнений для определения коэффициентов количество неизвестных не превышало число уравнений. Для определения a_k, b_k, \dots, q_k используем условия интерполяции, непрерывности сплайна на границах ячеек, непрерывности производных сплайна:

$$z_{1A} = a_1 x_A^3 + b_1 x_A^2 y_A + c_1 y_A^3 + d_1 x_A^2 + e_1 x_A y_A + f_1 y_A^2 + g_1 x_A + h_1 y_A + q_1,$$

$$z_{1B} = a_1 x_B^3 + b_1 x_B^2 y_B + c_1 y_B^3 + d_1 x_B^2 + e_1 x_B y_B + f_1 y_B^2 + g_1 x_B + h_1 y_B + q_1,$$

$$z_{1AC} = a_1 x_C^3 + b_1 x_C^2 y_C + c_1 y_C^3 + d_1 x_C^2 + e_1 x_C y_C + f_1 y_C^2 + g_1 x_C + h_1 y_C + q_1,$$

где А, В и С – вершины 1-й ячейки;

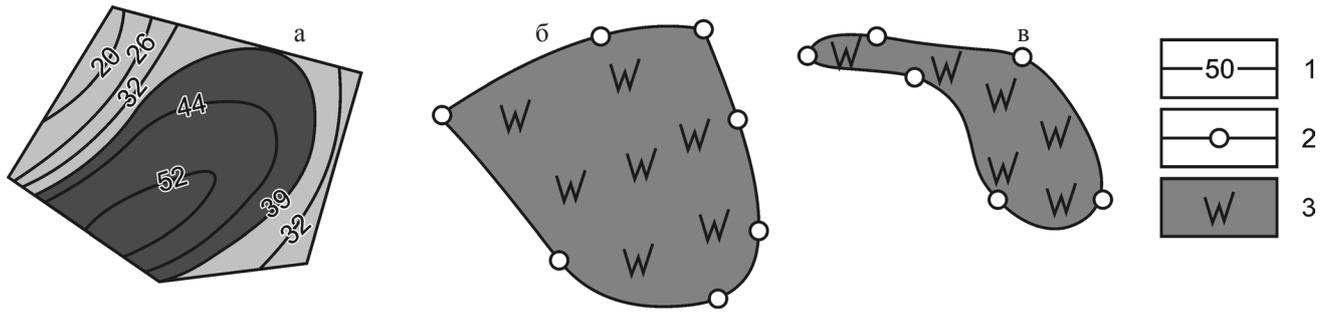


Рис. 1. Описание геологических поверхностей кубическими (а) и параметрическими (б, в) сплайнами.
1 – оцифровка изогипс в условных единицах, 2 – узлы сплайна, 3 – ультраосновные породы.

$$\begin{aligned}
 z_{1E} &= a_1 x_E^3 + b_1 x_E^2 y_E + c_1 y_E^3 + d_1 x_E^2 + \\
 &+ e_1 x_E y_A + f_1 y_E^2 + g_1 x_E + h_1 y_E + q_1 = \\
 &= z_{2E} = a_2 x_E^3 + b_2 x_E^2 y_E + c_2 y_E^3 + d_2 x_E^2 + \\
 &+ e_2 x_E y_A + f_2 y_E^2 + g_2 x_E + h_2 y_E + q_2, \\
 z_{1F} &= a_1 x_F^3 + b_1 x_F^2 y_F + c_1 y_F^3 + d_1 x_F^2 + \\
 &+ e_1 x_F y_F + f_1 y_F^2 + g_1 x_F + h_1 y_F + q_1 = \\
 z_{2F} &= a_2 x_F^3 + b_2 x_F^2 y_F + c_2 y_F^3 + d_2 x_F^2 + \\
 &+ e_2 x_F y_F + f_2 y_F^2 + g_2 x_F + h_2 y_F + q_2,
 \end{aligned}$$

где E и F – точки на границах 1 и 2 ячеек;

$$\left. \frac{\partial z_1}{\partial x} \right|_E = \left. \frac{\partial z_2}{\partial x} \right|_E, \quad \left. \frac{\partial z_1}{\partial x} \right|_F = \left. \frac{\partial z_2}{\partial x} \right|_F.$$

Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), составленная для N ячеек содержит $9N$ уравнений для определения $9N$ неизвестных коэффициентов сплайна. Матрица содержит много нулевых элементов, что позволяет экономно организовать процесс создания СЛАУ.

Данная методика применялась для описания поверхностей геологических структур Пермского Приуралья (рис. 1а). При аппроксимации поверхности Краснокамского вала погрешность описания была оценена сравнением с другими способами построения той же поверхности. Величина погрешности составила $\varepsilon = \pm 4$ м. Оценка устойчивости способа аппроксимации проведена путем внесения погрешности (до 10%) в значения некоторых глубин. Заметные изменения сплайновой поверхности наблюдались только вблизи точек, где были внесены искажения.

Для поверхностей, имеющих вертикальные касательные, используем параметрические сплайны (рис. 1 б, в). Основой для его построения служит массив $\{x_k, y_k, z_k\}$. После выполнения параметриза-

ции поверхности получим множество четырехугольных ячеек и набор $\{x_k(u_k, v_k), y_k(u_k, v_k), z_k(u_k, v_k)\}$. В каждой i -й ячейке аппроксимируем поверхность полиномом третьей степени:

$$f(u, v) = \sum_{i+j=0}^3 A_{ij} u^i v^j.$$

Для вычисления коэффициентов сплайна A_{ij} используем условия интерполяции в узлах, условия непрерывности сплайна на границе ячеек, условие непрерывности нормальной производной на границах ячеек:

$$f(u_i, v_i) = f_l, \quad f_k(u, v) = f_m(u, v),$$

$$\frac{\partial f_k(u, v)}{\partial n} = \frac{\partial f_m(u, v)}{\partial n}.$$

Для M ячеек получим систему, состоящую из $10M$ линейных алгебраических уравнений с $10M$ неизвестными для определения коэффициентов сплайна. Для решения, СЛАУ существует много программ, можно использовать математические пакеты Maple 15, Mathematica 6.1 и другие.

Предложенные способы описания геологических полей использованы для создания алгоритмов решения прямых и обратных задач гравиразведки и магниторазведки [1]. По созданным алгоритмам составлены программы вычисления потенциальных полей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Виноградов В.Б.* Моделирование геологических объектов с переменной намагниченностью // Геология и полезные ископаемые Западного Урала. Мат-лы регион. науч.-практ. конф. ПГУ. Пермь: Пермский госуниверситет, 2009. С. 266–269.
2. *Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н.* Сплайны в вычислительной математике. М.: Наука, 1975. 248 с.

Рецензент В.В. Филатов

The spline method of the surface geological objects description

V. B. Vinogradov

Ural State Mining University

The algorithms of approximation of geological surface by polynomial and parametrical splines are described.

Key words: two-dimensional cubic splines, geological surfaces, direct problems of gravity and magnetic survey.